

# அலைவெண் பரவல்

முனைவர்.சு.அருள்ஜோதிசெல்வி

உதவி பேராசிரியர்

விலங்கியல் துறை

பெரியார் அரசு கலைக்கல்லூரி

20.08.2020

# அலைவெண் பரவல் (FREQUENCY DISTRIBUTION)

## I. புள்ளியியல் தொகுதி (Statistical Series)

சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களின் தொகுப்பினை புள்ளியியல் தொகுதி என்கின்றோம். இத்தொகுதிகளின் அமைப்பினை ஒட்டி அவைகளை, தனித்தொகுதி; தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி; தொடர்ந்த தொகுதி என்று மூன்று வகைகளாகப் பிரிக்கின்றோம். கூட்டுச்சராசரி போன்ற புள்ளியியல் அளவைகளைக் கண்டுபிடிக்கும் முறைகளும் தொகுதிகளின் அமைப்பை ஒட்டி வேறுபடுகின்றன. அலைவெண் பரவலை அமைப்பதற்கும் புள்ளியியல் தொகுதி அடிப்படையாக அமைகின்றது. ஆதலால் முதன் முதலில் புள்ளியியல் தொகுதி பற்றி விவரமாக அறிவோம்.

(அ) தனித்தொகுதி (Individual Series): சேகரித்த புள்ளி விவரங்களை எந்த வகையிலும் வகைப்படுத்தாமல் இருந்தால் அதனைத் தனித்தொகுதி என்போம். இதனை வகைப்படுத்தப்படாத விவரம் (Ungrouped data) என்றும், சீராக்கப்படாத விவரம் (Raw Data) என்றும் கூறுவர்.

எடுத்துக்காட்டாக 15 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

28	40	35	60	60	75	65	20
35	65	68	55	38	45	70	

இது ஒரு தனித்தொகுதியாகும்.

(ஆ) தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி (Discrete Series):  
 தொடர்ச்சியற்ற தொகுதியில் மாறிகளின் மதிப்பு ஓரளவு வகைப்படுத்தப்பட்டிருக்கும். ஆனால் மாறிகளின் மதிப்பு தொடர்ந்தாற்போல் இருக்காது. எடுத்தக்காட்டாக, 40 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்புக்களை, ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பெண்ணை எத்தனை மாணவர்கள் பெற்றிருக்கிறார்கள் என்று வகைப்படுத்தி குறிப்பிட்டிருந்தால் அதனை தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி என்கிறோம். கீழ்வரும் எடுத்துக்காட்டு மூலம் இதனை அறியலாம்.

மதிப்பெண்	20	28	35	40	45	52	55	60	65
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	4	2	8	6	10	4	5	3	4

(இ) தொடர்ந்த தொகுதி (Continuous Series) : தொடர்ந்த தொகுதியில், மாறிகளின் மதிப்பு தொடர்ச்சியாக அமையப் பெற்றிருக்கும். மாறிகளின் மதிப்புக்களை பிரிவு இடைவெளிகளாகப் பிரித்து விவரங்களை வகைப்படுத்தியிருப்பார்கள். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு வகுப்பில் 20 முதல் 30 வரை மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள் எத்தனைபேர், 30 முதல் 40 வரை மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள் எத்தனைபேர், என்று கணக்கிட்டு விவரங்களை வகைப்படுத்தியிருப்பார்கள். பின்வரும் விவரங்கள் தொடர்ந்த தொகுதியினை விளக்கும் எடுத்துக்காட்டாக அமையும்.

மதிப்பெண்கள்	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	4	6	12	8	5	3

## II. அலைவெண் பரவல் அமைக்கும் முறை

அலைவெண் பரவலை அமைப்பதற்குமுன் நமக்கு கீழ்க்காணும் முக்கிய கருத்துக்களைப் பற்றி முதலில் தெரிந்திருப்பது அவசியம். அவைகளை முதலில் காண்போம்.

i) அலைவெண் பரவல் - வினாக்கள்: சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களைப் பல்வேறு பிரிவுகளாகப் (Class) பிரித்து ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையை குறிப்பிடுவது அலைவெண் பரவல் ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு வகுப்பில் 40 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் தரப்பட்டிருக்கிறது என்போம். அவர்களில் 30 முதல் 40 வரை (30-40) மதிப்பெண்கள் எடுத்தவர்கள் எத்தனைபேர் என்றும், 40 முதல் 50 வரை (40-50) மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள் எத்தனைபேர் என்றும், இப்படி 50-60; 60-70; 70-80 என்று பல பிரிவுகளாகப் பிரித்து, ஒவ்வொரு பிரிவிலும் எத்தனை மாணவர்கள் இடம் பெற்றுள்ளனர் என்றும் குறிப்பிடுவது அலைவெண் பரவல் ஆகும்.

ii) பரிவ வல்லைகள் (Class Limits): ஒரு பரிவிலுள்ள மிகக் குறைந்த மதிப்பும், மிகவும் கூடிய மதிப்பும் பரிவ வல்லைகள் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, 40-50 என்ற பரிவில் 40 என்ற மதிப்பும், 50 என்ற மதிப்பும் பரிவ வல்லைகள் ஆகும். ஒரு பரிவிலுள்ள மிகக் குறைந்த மதிப்பு பரிவின் கீழ் வல்லை (lower limit) என்றும், மிகக் கூடிய மதிப்பு பரிவின் மேல் வல்லை (Upper limit) என்றும் கூறலாம். 40-50 என்ற பரிவில் கீழ் வல்லை 40; மேல் வல்லை 50 ஆகும்.

iii) பரிவ இடைவெளி (Class Intervals): ஒரு பரிவின் கீழ் வல்லைக்கும் மேல் வல்லைக்குமுள்ள வேறுபாடு பரிவ இடைவெளி ஆகும். 40-50 என்ற பரிவின் பரிவ இடைவெளி ( $50-40=10$ ) 10 ஆகும்.

iv) பிரிவு அலைவெண் (Class Frequency): ஒவ்வொரு பிரிவிலும் இருக்கக்கூடிய உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையை பிரிவு அலைவெண் அல்லது அலைவெண் என்று கூறுகின்றோம். எடுத்துக்காட்டாக, 40-50 மதிப்பெண்கள் 12 மாணவர்கள் பெற்றிருக்கின்றனர் என்றால் 40-50 என்ற பிரிவின் அலைவெண் 12 ஆகும்.

v) பிரிவின் நடுப்புள்ளி (Class Mid Point): ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் கீழ் எல்லைக்கும் இடைப்பட்ட நடுமதிப்பு பிரிவின் நடுப்புள்ளி ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக 40-50 என்ற பிரிவின் நடுப்புள்ளி

45 ஆகும். இதனைப் பின்வரும் முறையில் கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$\begin{aligned} \text{பிரிவின் நடுப்புள்ளி} &= \frac{\text{பிரிவின் மேல் எல்லை} + \text{பிரிவின் கீழ் எல்லை}}{2} \\ &= \frac{50+40}{2} = \frac{90}{2} = 45 \end{aligned}$$



vi) பிரிவு எல்லைகளை அமைக்கும் முறைகள்: பிரிவு எல்லைகளை இரண்டு வழிகளில் அமைக்கலாம். ஒன்று தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறை; மற்றொன்று சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை.

(அ) தவிர்த்துக்கணக்கிடும் முறை (Exclusive Method): இம்முறையில் ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லை அதற்கு அடுத்த ஒரு பிரிவின் கீழ் எல்லையாக இருக்கும். ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லையின் மதிப்பு அப்பிரிவைச் சேர்ந்ததாக இருக்காது. எடுத்துக்காட்டா 20-30, 30-40, 40-50, etc என்று அமைப்பது ஆகும். இதில் 20-30 என்ற பிரிவில் 20 முதல் 29 முடிய உள்ள மதிப்புகள் அடங்கும். 30 என்ற மதிப்பு இப்பிரிவில் அடங்காது.

(ஆ) சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை (Inclusive Method): இம்முறையில் ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லையின் மதிப்பும் அப்பிரிவையே சேர்ந்திருக்கும். இம்முறையில் 20-29, 30-39, 40-49 etc. என்று பிரிவில் 20 முதல் 29 முடிய உள்ள எல்லா மதிப்புகளும் அமையப் பெற்றிருக்கும்.

(vii) பிரிவு இடைவெளியின் அளவைத் தீர்மானித்தல்:

ஒரு அலைவெண் பரவலின் பிரிவு இடைவெளியின் அளவு பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையைப் பொருத்தும், கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் 'வீச்சு' (Range) மதிப்பின் அளவைப் பொருத்தும் அமையும். (வீச்சு என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் மிகப் பெரிய மதிப்புக்கும், மிகச் சிறிய மதிப்புக்குமுள்ள வேறுபாடு ஆகும்.) பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையை அதிக அளவில் அமைக்க வேண்டும் என்றால் பிரிவு இடைவெளியின் அளவைக் குறைத்துக் கொள்ள வேண்டும். பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை குறைவாக இருக்க வேண்டும் என்றால் பிரிவு இடைவெளியின் அளவை அதிகமாக வைத்துக் கொள்ளலாம். பொதுவாக பிரிவு இடைவெளி 5,10 அல்லது 15 என்று அமைவது நல்லது. இவ்வாறு அமைத்துக் கொண்டால், கணக்கிடவும், புரிந்து கொள்ளவும் எளிதாக இருக்கும்.

பிரிவு இடைவெளியின் அளவைப் பின்வரும் சூத்திரத்தின் உதவியால் காணலாம்.

$$\text{பிரிவு இடைவெளி } i = \frac{L-S}{k}$$

L= மிகப் பெரிய மதிப்பு; S= மிகச் சிறிய மதிப்பு

K=பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை

இன் மதிப்பு பின்னமாகவந்தால், அதனைத் தோராயப் படுத்தி முழு எண்ணாக ஆக்கிக் கொள்ளலாம். இன் மதிப்பு 5,10,25, அல்லது 20 என்று இருக்கும் வகையில் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையை (K) தீர்மானிப்பது சிறந்தது. பொதுவாக பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை மிகவும் அதிகமாகவோ அல்லது மிகவும் குறைவாகவோ இருத்தல் கூடாது. பிரிவுகளின் தொடக்க மதிப்பு 0 அல்லது 5 அல்லது 10 எனத் தொடங்க வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக 32 மிகக் குறைந்த மதிப்பு என்றால் 30-40 என்று முதல் பிரிவு இருக்க வேண்டும்.

எவ்வாறு அலை வெண்பரவல் அமைக்க வேண்டும் என்பதைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டு மூலம் விளக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு வகுப்பிலுள்ள 40 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அலைவெண் பரவல் அமைக்கவும்.

80	48	44	63	59	45	41	43
47	62	65	57	58	55	57	60
55	61	34	65	70	49	56	63
78	52	52	48	55	62	52	41
44	31	70	73	48	34	71	40

**செய்முறை:**

1) கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்கட்கு முதலில் வீச்சு மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

$$\begin{aligned}\text{வீச்சு} &= \text{மிகப்பெரிய மதிப்பு} - \text{மிகச் சிறிய மதிப்பு} \\ &= 80 - 31 = 49.\end{aligned}$$

2) பிரிவு இடைவெளியினை 5 அல்லது 10 ஆகக் கொள்ளலாம். நாம் பிரிவு இடைவெளியை 10 ஆகக் கொள்வோம்.

3)  $\left| = \frac{49}{6} = 8.16 \right.$  - இதனை 10 ஆகக் கொண்டு பிரிவுகளை அமைக்கலாம்.

4) பிரிவு எல்லைகளைத் "தவிர்த்துக் கணக்கிடும்" முறையிலோ அல்லது 'சேர்த்துக் கணக்கிடும்' முறையிலோ அமைக்கலாம். நாம் தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறையில் அலைவெண் பரவல் அமைப்போம்.

5) முதல் பிரிவு 30-40 என்றும் மற்ற பிரிவுகளை 40-50, 50-60, 60-70, 70-80, 80-90, எனக்கொள்வோம்.

6) ஒவ்வொரு பிரிவினிலும் உள்ள அலைவெண்களை (மாணவர்களின் எண்ணிக்கையினை) சரிபார்க்கும் குறி (Tally Mark) மூலம் எழுதி இறுதியில் மொத்தத்தைக் குறிக்க வேண்டும். கீழ்வரும் பட்டியலில் அலைவெண்களைக் கணக்கிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

**அலைவெண் பரவல் பட்டியல்**

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	சரி பார்க்கும் குறி	அலை வெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
30-40	III	3
40-50	IIII III	13
50-60	IIII	10
60-70	IIII III	8
70-80	IIII	5
80-90	I	1
<b>மொத்த அலைவெண்</b>		<b>40</b>

(குறிப்பு: சரிபார்க்கும் குறிகள் ஐந்துக்கு மேற்படுகின்ற போது, ஐந்து ஐந்தாக சேர்த்து எழுதுவது வழக்கம். அது கணக்கிடுவதற்கு எளிதாக இருக்கும்.)

பின்வரும் விவரங்களுக்கு அலைவெண் பரவல்  
பட்டியல் அமைக்க.

16	14	13	13	16	28	19
18	14	19	20	23	22	12
23	16	22	18	23	20	19
20	18	16	17	21	20	11
16	16	21	15	23	17	

ஓரு வகுப்பிலுள்ள 55 மாணவர்களின் எடை கிலோ கிராமில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அலைவெண் பரவல் அளமக்கவும்.

43 75 41 61 83 116 42 75 64 61 90

50 110 77 84 55 76 87 62 95 70 77

69 68 80 104 79 79 58 54 100 73 93

68 59 78 90 84 76 42 69 80 65 65

70 50 79 52 103 98 50 79 72 87 85